MATEMÁTICAS · 3.º ESO

Polinomios y fracciones algebraicas

AHORALOPILLO

10 ideas para dividir, factorizar y simplificar

✓ Correcto ✗ Error típico

1 División de polinomios

Antes de dividir, rellena con ceros los huecos: $x^3 + 2x - 1$ se escribe $x^3 + 0x^2 + 2x - 1$. Así las columnas cuadran.

✓ $x^3 + 2x - 1 = (x - 1)(x^2 + x + 3) + 2$

2 La regla de Ruffini

En la esquina va el número que anula el divisor: entre x + 2, el –2. Cociente x + 3 y resto 1.

✗ ~~$x^2 + 5x + 7 = (x + 2)(x + 7) + 21$~~

✓ $x^2 + 5x + 7 = (x + 2)(x + 3) + 1$

3 Teorema del resto

El resto de dividir P(x) entre x – a es P(a), sin hacer la división. Entre x – 2, sustituye x = 2.

✗ ~~$(-2)^3 - 2 \cdot (-2)^2 + 4 = 4$~~

✓ $2^3 - 2 \cdot 2^2 + 4 = 4$

4 Raíces de un polinomio

Una raíz entera divide al término independiente. En $x^3 - x^2 - 4x + 4$, prueba 1, 2, 4 y sus negativos.

✓ $1^3 - 1^2 - 4 \cdot 1 + 4 = 0$

✓ $x^3 - x^2 - 4x + 4 = (x - 1)(x - 2)(x + 2)$

5 Factorizar con Ruffini

Cada raíz a da el factor x – a: el signo cambia. La raíz 3 da x – 3; la raíz –2, x + 2.

✗ ~~$x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = (x + 3)(x + 1)(x - 2)$~~

✓ $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = (x - 3)(x - 1)(x + 2)$

6 Sacar factor común

Si todos los términos llevan x, sácala primero. Después busca raíces dentro. Y x = 0 también es raíz.

✓ $x^3 - 5x^2 + 6x = x(x - 2)(x - 3)$

7 Identidades notables

La resta de cuadrados se parte en suma por diferencia. La suma de cuadrados no tiene raíces: no se factoriza.

✗ ~~$x^2 + 9 = (x + 3)(x - 3)$~~

✓ $x^2 - 9 = (x + 3)(x - 3)$

✓ $x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2$

8 Fracción algebraica

Un polinomio entre otro. El de abajo nunca puede valer cero: en x + 1 entre x – 3, la x no puede ser 3.

✓ $3 - 3 = 0$ ✓ $\frac{5+1}{5-3} = 3$

9 Simplificar fracciones algebraicas

Primero factoriza. Luego tacha factores, nunca sumandos. El valor que anulaba abajo sigue fuera.

✗ ~~$\frac{x+2}{2} = x$~~ ✓ $\frac{x^2+2x}{x+2} = x$

10 Fracciones equivalentes

Multiplica o divide arriba y abajo por lo mismo. Sumar lo mismo, nunca. Compruébalo en cruz.

✗ ~~$\frac{x}{2} = \frac{x+1}{3}$~~ ✓ $\frac{x}{2} = \frac{x(x+1)}{2(x+1)}$

Recuerda: raíz a, factor x – a.